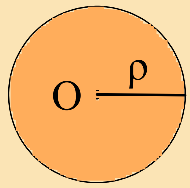
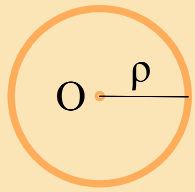
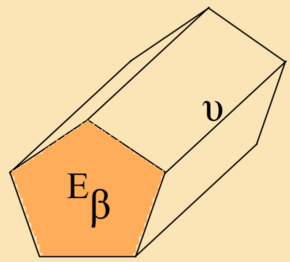
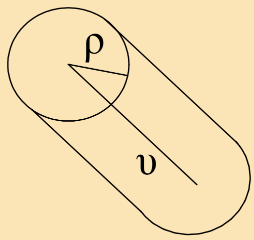
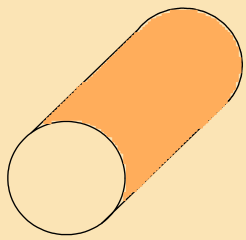
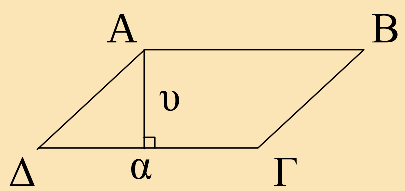
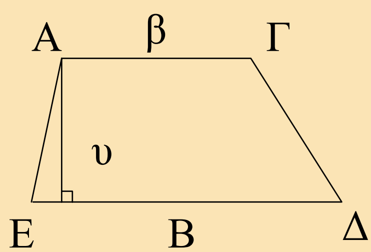
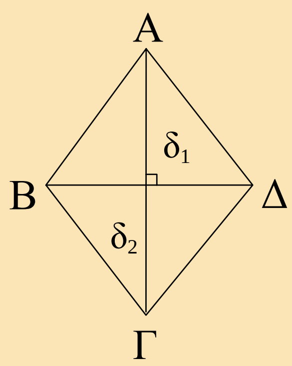
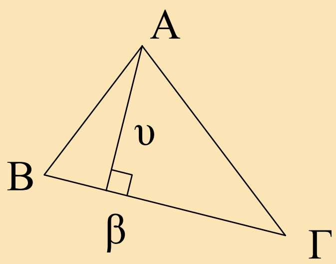
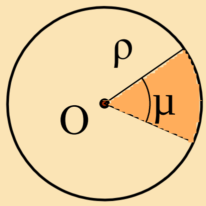
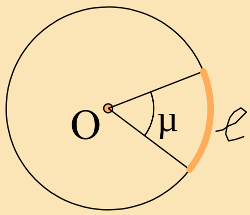
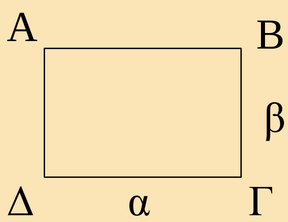
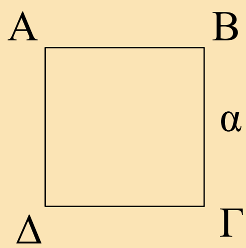
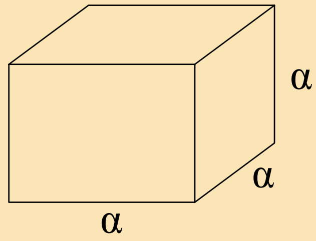
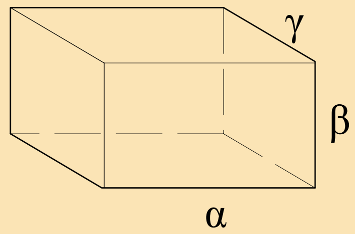
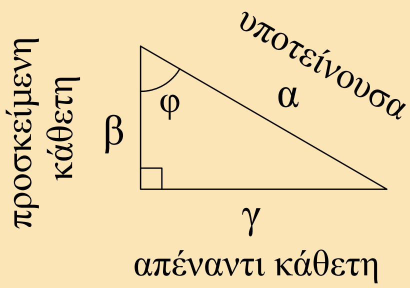
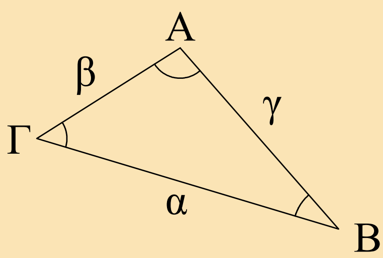
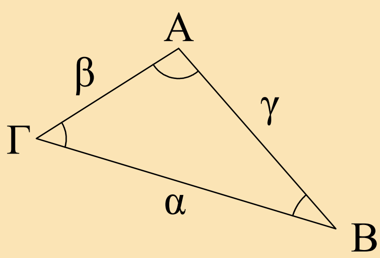
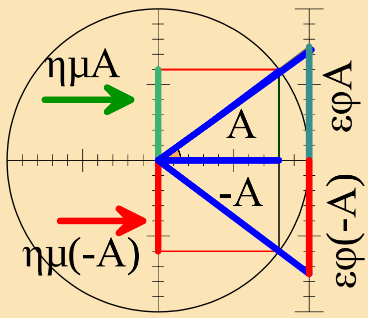
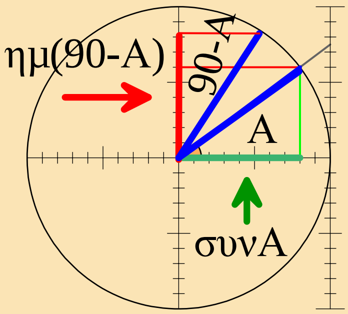
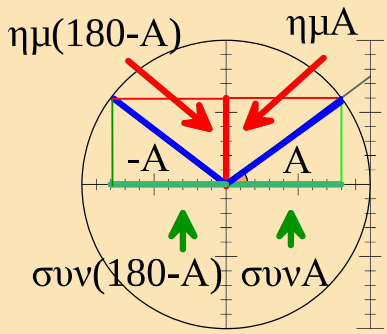
Τυπολόγιο Μαθηματικών

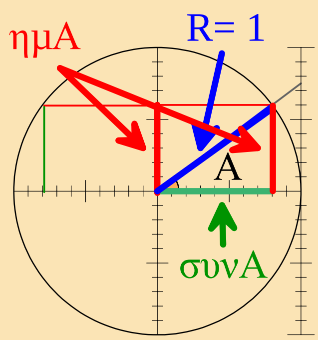
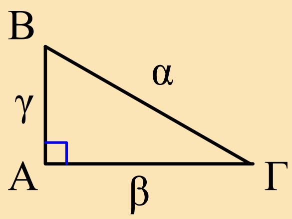
** πινάτσης παναγιώτης*

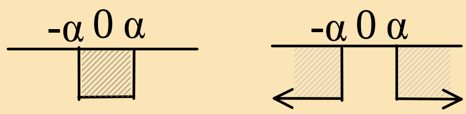
Εμβαδόν κύκλου ακτίνας ρ	$E = \pi\rho^2$	
Μήκος κύκλου ακτίνας ρ	$L = 2\pi\rho$	
Όγκος πρίσματος	Εμβαδόν βάσης x ύψος= $E_\beta.\upsilon$	
Όγκος κυλίνδρου με ακτίνα βάσης ρ και ύψος υ	$V = \pi\rho^2\upsilon$	
Εμβαδόν παράπλευρης επιφάνειας κυλίνδρου	$E = 2\pi\rho\upsilon$	
Εμβαδόν παραλληλογράμμου	E= (βάση)x(ύψος)= α.υ	
Εμβαδόν τραπεζίου	$E = \frac{1}{2}(\beta + B)\upsilon$	

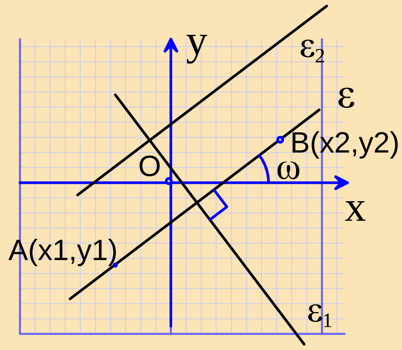
Εμβαδόν ρόμβου	$E = \frac{1}{2}(\delta_1 . \delta_2)$	
Εμβαδόν τριγώνου	$E = \frac{1}{2}\beta . \upsilon$	
Εμβαδόν κυκλικού τομέα (γωνία σε μοίρες)	$E = \frac{\mu}{360} \cdot \pi\rho^2$	
Μήκος τόξου (γωνία σε μοίρες)	$\ell = \frac{\mu}{360} \cdot 2\pi\rho$	
Εμβαδόν ορθογωνίου	Ε= (μήκος) x (πλάτος)= α.β	
Εμβαδόν τετραγώνου πλευράς α	$E = \alpha^2$	

Όγκος κύβου ακμής α	$V = \alpha^3$	
Όγκος ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου διαστάσεων α, β, γ	$V = \alpha.\beta.\gamma$	
Ημίτονο οξείας γωνίας ορθογωνίου τριγώνου	$\eta\mu\varphi = \dfrac{\text{απέναντι κάθετη}}{\text{υποτείνουσα}} = \dfrac{\gamma}{\alpha}$	
Συνημίτονο οξείας γωνίας ορθογωνίου τριγώνου	$\sigma\upsilon\nu\varphi = \dfrac{\text{προσκείμενη κάθετη}}{\text{υποτείνουσα}} = \dfrac{\beta}{\alpha}$	
Εφαπτομένη οξείας γωνίας ορθογωνίου τριγώνου	$\varepsilon\varphi\varphi = \dfrac{\text{απέναντι κάθετη}}{\text{προσκείμενη κάθετη}} = \dfrac{\gamma}{\beta}$	
Νόμος ημιτόνων	$\dfrac{\alpha}{\eta\mu A} = \dfrac{\beta}{\eta\mu B} = \dfrac{\gamma}{\eta\mu \Gamma}$	
Νόμος συνημιτόνων	$\alpha^2 = \beta^2 + \gamma^2 - 2\beta\gamma\,\sigma\upsilon\nu A$ $\beta^2 = \gamma^2 + \alpha^2 - 2\gamma\alpha\,\sigma\upsilon\nu B$ $\gamma^2 = \alpha^2 + \beta^2 - 2\alpha\beta\,\sigma\upsilon\nu\Gamma$	
Εμβαδόν τριγώνου	$E = \frac{1}{2}\alpha\beta\,\eta\mu\Gamma$ $= \frac{1}{2}\beta\gamma\,\eta\mu A$ $= \frac{1}{2}\gamma\alpha\,\eta\mu B$	

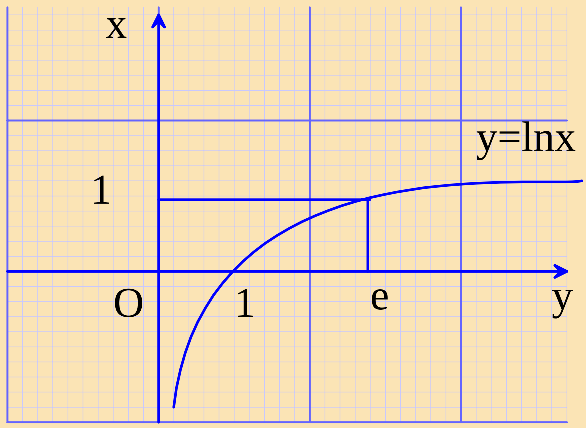
Τριγωνομετρικοί αριθμοί αντίθετων γωνιών	$\eta\mu(-A) = -\eta\mu A$ $\sigma\upsilon\nu(-A) = \sigma\upsilon\nu A$ $\varepsilon\varphi(-A) = -\varepsilon\varphi A$	 ημA= - ημ(-A) συνA= συν(-A) εφA= - εφ(-A)
Τριγωνομετρικοί αριθμοί συμπληρωματικών γωνιών	$\eta\mu(90 - A) = \sigma\upsilon\nu A$ $\sigma\upsilon\nu(90 - A) = \eta\mu A$	 συνA= ημ(90-A) ημA= συν(90-A)
Τριγωνομετρικοί αριθμοί παραπληρωματικών γωνιών	$\eta\mu(180 - A) = \eta\mu A$ $\sigma\upsilon\nu(180 - A) = -\sigma\upsilon\nu A$	 ημA= ημ(180-A) - συνA= συν(180-A)

Βασικοί τριγωνομετρικοί τύποι	$\eta\mu^2 A+\sigma\upsilon\nu^2 A=1$ $\varepsilon\varphi A=\dfrac{\eta\mu A}{\sigma\upsilon\nu A}$	 πυθαγόρειο θεώρημα $\eta\mu^2 A+\sigma\upsilon\nu^2 A=1$ ομοιότητα $\varepsilon\varphi A=\dfrac{\eta\mu A}{\sigma\upsilon\nu A}$
Πυθαγόρειο θεώρημα	$\alpha^2=\beta^2+\gamma^2$	ΑΒΓ ορθογώνιο 
Ρίζες της δευτεροβάθμιας εξίσωσης $\alpha x^2+\beta x+\gamma=0,\ \alpha\neq 0$	$x_{1,2}=\dfrac{-\beta\pm\sqrt{\beta^2-4\alpha\gamma}}{2\alpha}$ $x_1+x_2=-\dfrac{\beta}{\alpha}$ $x_1.x_2=\dfrac{\gamma}{\alpha}$	
Δυνάμεις (στους τύπους οι παρονομαστές θεωρούνται διάφοροι του μηδενός)	$\alpha^\mu.\alpha^\nu=\alpha^{\mu+\nu}$ $\quad(\alpha.\beta)^\nu=\alpha^\nu.\beta^\nu$ $\quad\alpha^1=\alpha$ $\left(\dfrac{\alpha}{\beta}\right)^\nu=\dfrac{\alpha^\nu}{\beta^\nu}$ $\quad\left(\alpha^\nu\right)^\mu=\alpha^{\nu.\mu}$ $\quad\alpha^0=1$ $\left(\dfrac{\alpha}{\beta}\right)^{-\nu}=\left(\dfrac{\beta}{\alpha}\right)^\nu$ $\quad\dfrac{\alpha^\nu}{\alpha^\mu}=\alpha^{\nu-\mu}$	
Ρίζες (στους τύπους οι παρονομαστές θεωρούνται διάφοροι του μηδενός και τα υπόριζα πρέπει να είναι μη αρνητικά)	$\alpha\sqrt[\nu]{\beta}=\sqrt[\nu]{\alpha^\nu\beta}$ $\quad\sqrt[\nu]{\alpha.\beta}=\sqrt[\nu]{\alpha}.\sqrt[\nu]{\beta}$ $\sqrt[\nu]{\dfrac{\alpha}{\beta}}=\dfrac{\sqrt[\nu]{\alpha}}{\sqrt[\nu]{\beta}}$ $\quad\sqrt[\nu]{\sqrt[\mu]{\alpha}}=\sqrt[\nu.\mu]{\alpha}$ $\sqrt[\nu]{\alpha^\mu}=\left(\sqrt[\nu]{\alpha}\right)^\mu=\alpha^{\frac{\mu}{\nu}}$ $\quad\sqrt[\nu]{\alpha}=\alpha^{\frac{1}{\nu}}$	

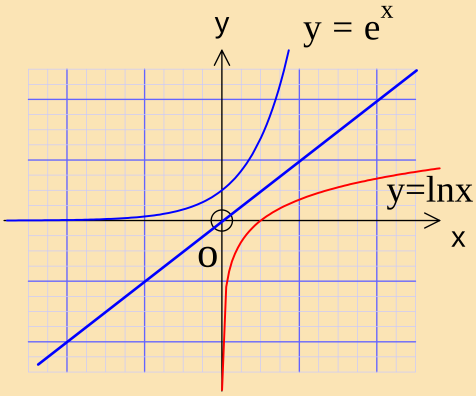
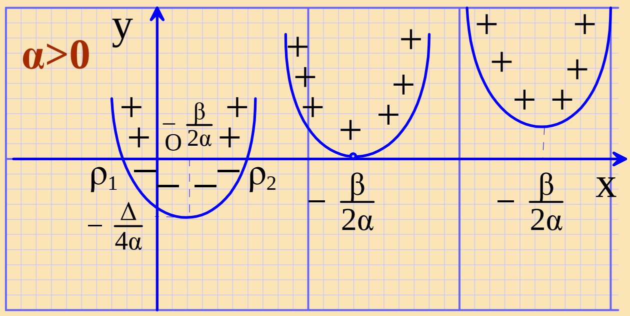
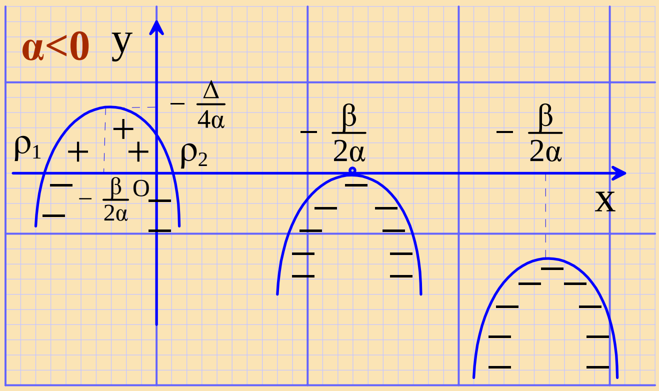
Ταυτότητες	$(\alpha+\beta)^2=\alpha^2+\beta^2+2\alpha\beta \quad (\alpha-\beta)^2=\alpha^2+\beta^2-2\alpha\beta$ $(\alpha+\beta)^3=\alpha^3+3\alpha^2\beta+3\alpha\beta^2+\beta^3$ $(\alpha-\beta)^3=\alpha^3-3\alpha^2\beta+3\alpha\beta^2-\beta^3$ $(\alpha+\beta+\gamma)^2=\alpha^2+\beta^2+\gamma^2+2\alpha\beta+2\alpha\gamma+2\beta\gamma$
Παραγοντοποίηση	$\alpha^2+\beta^2\pm 2\alpha\beta=(\alpha\pm\beta)^2$ $\alpha^2-\beta^2=(\alpha-\beta)(\alpha+\beta)$ $\alpha^3+\beta^3=(\alpha+\beta)(\alpha^2-\alpha\beta+\beta^2)$ $\alpha^3-\beta^3=(\alpha-\beta)(\alpha^2+\alpha\beta+\beta^2)$ $\alpha^3-3\alpha^2\beta+3\alpha\beta^2-\beta^3=(\alpha-\beta)^3$ $\alpha^3+3\alpha^2\beta+3\alpha\beta^2+\beta^3=(\alpha+\beta)^3$ $\alpha^2+\beta^2+\gamma^2+2\alpha\beta+2\alpha\gamma+2\beta\gamma=(\alpha+\beta+\gamma)^2$
Απόλυτα	$\lvert x\rvert\geq 0 \quad \lvert x\rvert=x,\ \text{όταν}\ x\geq 0 \quad \lvert x\rvert=-x,\ \text{όταν}\ x\leq 0$ $\sqrt[2\nu]{x^{2\nu}}=\lvert x\rvert \qquad \lvert x^{2\nu}\rvert=x^{2\nu} \quad \lvert x.y\rvert=\lvert x\rvert.\lvert y\rvert$ $\left\lvert\frac{x}{y}\right\rvert=\frac{\lvert x\rvert}{\lvert y\rvert} \quad \lvert x\rvert=\alpha\Leftrightarrow x=\pm\alpha,\ \text{όταν}\ \alpha\geq 0$ $\lvert x\rvert>\alpha\Leftrightarrow x>\alpha\ \text{ή}\ x<-\alpha$ $\lvert x\rvert<\alpha\Leftrightarrow -\alpha<x<\alpha$  |x|<α |x|>α
Εξίσωση ευθείας με συντελεστή διεύθυνσης (κλίση) λ	$y=\alpha x+\beta$ με $\lambda=\alpha=\varepsilon\varphi\omega$ $\alpha x+\beta y+\gamma=0$ με $\lambda=-\frac{\alpha}{\beta}$ $y-y_1=\lambda(x-x_1)$ με $\lambda=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$

<table>
<tr>
<td></td>
<td>


$AB=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$
$\varepsilon // \varepsilon_2$ τότε $\lambda_\varepsilon=\lambda_{\varepsilon_2}$
$\varepsilon \perp \varepsilon_3$ τότε $\lambda_\varepsilon . \lambda_{\varepsilon_3}=-1$
</td>
</tr>
<tr>
<td>Λογάριθμοι
(στους τύπους οι παρονομαστές θεωρούνται διάφοροι του μηδενός και οι λογαριθμιζόμενες ποσότητες πρέπει να είναι θετικές)</td>
<td>
$\log_a x \to$ βάση a $\log x \to$ βάση10
$\ln x \to$ βάση e $\log_a x=\dfrac{\log x}{\log a}=\dfrac{\ln x}{\ln a}$
$\ln 1=0,\ \ \ln e=1,\ \ e^{\ln x}=x,\ \ x^x=e^{x.\ln x}$
$\ln(\alpha.\beta)=\ln\alpha+\ln\beta$
$\ln(\dfrac{\alpha}{\beta})=\ln\alpha-\ln\beta$
$\ln\alpha^\nu=\nu.\ln\alpha$



</td>
</tr>
<tr>
<td>Εκθετική και λογαριθμική συνάρτηση (αντίστροφες συναρτήσεις)</td>
<td>Είναι $y=\ln x \Leftrightarrow x=e^y,\ \ x>0$
Η εκθετική και λογαριθμική συνάρτηση είναι αντίστροφες
Οι γραφικές τους παραστάσεις είναι συμμετρικές ως προς την ευθεία y=x</td>
</tr>
</table>

	
Πρόσημο τριωνύμου $f(x) = \alpha x^2 + \beta x + \gamma$, με $\alpha \neq 0$	  Ελάχιστο ή μέγιστο σημείο του διαγράμματος το $\left(-\dfrac{\beta}{2\alpha}, -\dfrac{\Delta}{4\alpha}\right)$

<table>
<tr><td>Λύση συστήματος γραμμικών εξισώσεων 2x2</td><td>

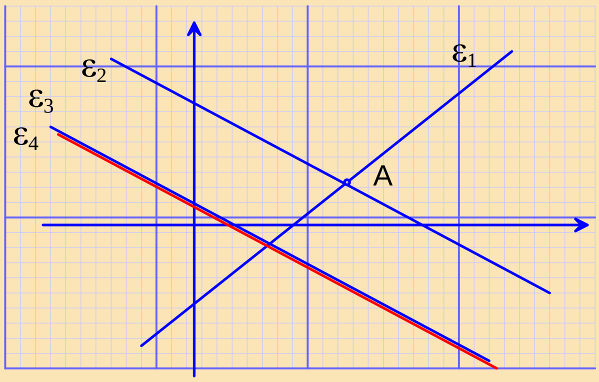
$\begin{cases} \alpha_1 x + \beta_1 y = \gamma_1 \\ \alpha_2 x + \beta_2 y = \gamma_2 \end{cases}$

$D = \begin{vmatrix} \alpha_1 & \beta_1 \\ \alpha_2 & \beta_2 \end{vmatrix}, D_x = \begin{vmatrix} \gamma_1 & \beta_1 \\ \gamma_2 & \beta_2 \end{vmatrix}, D_y = \begin{vmatrix} \alpha_1 & \gamma_1 \\ \alpha_2 & \gamma_2 \end{vmatrix}$

$D \neq 0$, μοναδική λύση $(x, y) = \left(\frac{D_x}{D}, \frac{D_y}{D} \right)$

$D = 0$ και $D_x \neq 0$ ή $D_y \neq 0$ τότε το σύστημα είναι αδύνατο

$D = D_x = D_y = 0$ τότε το σύστημα έχει άπειρες λύσεις, εκτός μιας τετριμμένης περίπτωσης που είναι αδύνατο.



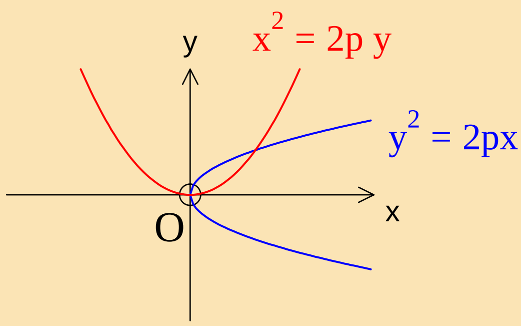
Το σύστημα των εξισώσεων των ευθειών $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ που τέμνονται στο A έχει $D \neq 0$ και μοναδική λύση τις συντεταγμένες του σημείου $A(x, y) = \left(\frac{D_x}{D}, \frac{D_y}{D} \right)$.

Το σύστημα των εξισώσεων των ευθειών $\varepsilon_3, \varepsilon_2$ που είναι παράλληλες έχει $D = 0$ και $D_x \neq 0$ ή $D_y \neq 0$ και είναι αδύνατο.

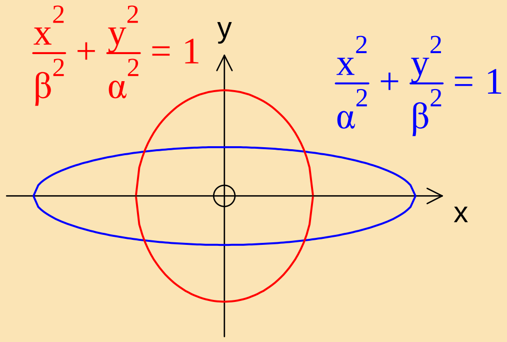
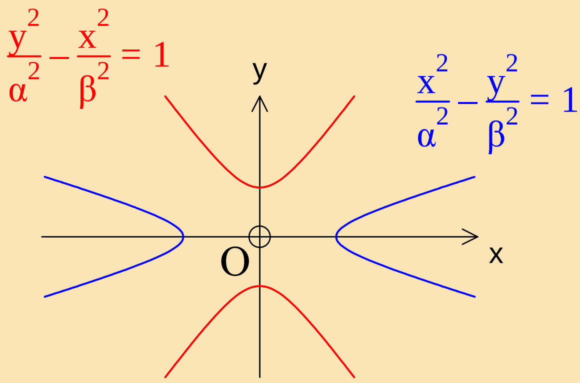
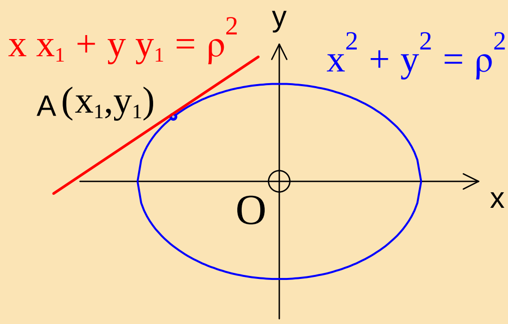
Το σύστημα των εξισώσεων των ευθειών $\varepsilon_3, \varepsilon_4$ που ταυτίζονται έχει $D = D_x = D_y = 0$ και έχει άπειρες λύσεις, τις συντεταγμένες όλων των σημείων της ε_3 ή ε_4.

</td></tr>
<tr><td>Κωνικές τομές</td><td>

Εξίσωση παραβολής $y^2 = 2p.x$ ή $x^2 = 2p.y$



</td></tr>
</table>

	Εξίσωση έλλειψης $\frac{x^2}{\alpha^2}+\frac{y^2}{\beta^2}=1$ ή $\frac{x^2}{\beta^2}+\frac{y^2}{\alpha^2}=1$  Εξίσωση υπερβολής $\frac{x^2}{\alpha^2}-\frac{y^2}{\beta^2}=1$ ή $\frac{y^2}{\alpha^2}-\frac{x^2}{\beta^2}=1$  Εξίσωση κύκλου $x^2+y^2=\rho^2$ Εξίσωση εφαπτομένης στο σημείο $A(x_1,y_1)$ του κύκλου 
Παράγωγοι	$(x)'=1 \quad (c)'=0,\ c\in R$ $(x^{\alpha})'=\alpha.x^{\alpha-1},\ \alpha\in R$ $\left(\frac{1}{x}\right)'=\left(x^{-1}\right)'-\frac{1}{x^2},\ x\neq 0$

	$\left(\sqrt{x}\right)'=\frac{1}{2\sqrt{x}}$ $\left(\sqrt[\nu]{x^{\mu}}\right)'=\left(x^{\frac{\mu}{\nu}}\right)'=\frac{\mu}{\nu}x^{\frac{\mu}{\nu}-1},\quad x>0$ $\left(e^{x}\right)'=e^{x}$ $\left(\alpha^{x}\right)'=\alpha^{x}.\ln\alpha,\ 0<\alpha\neq 1$ $\left(\ln x\right)'=\frac{1}{x},\ \left(\log_{\alpha}x\right)'=\left(\frac{\ln x}{\ln\alpha}\right)'=\frac{1}{x.\ln\alpha},\ x>0\ \text{και}\ 0<\alpha\neq 1$ $\left(\eta\mu x\right)'=\sigma\upsilon\nu x$ $\left(\sigma\upsilon\nu x\right)'=-\eta\mu x$ $\left(\varepsilon\varphi x\right)'=\frac{1}{\sigma\upsilon\nu^{2}x}=1+\varepsilon\varphi^{2}x,\ \sigma\upsilon\nu x\neq 0$ $\left(\lambda.f(x)\right)'=\lambda.f'(x)$ $\left(f(x)\pm g(x)\right)'=f'(x)\pm g'(x)$ $\left(\lambda.f(x)\pm\mu.g(x)\right)'=\lambda.f'(x)\pm\mu.g'(x)$ $\left(f(x).g(x)\right)'=f'(x).g(x)+f(x).g'(x)$ $\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)'=\frac{f'(x).g(x)-f(x).g'(x)}{g^{2}(x)},\quad g(x)\neq 0$ $\left(\frac{1}{g(x)}\right)'=-\frac{g'(x)}{g^{2}(x)},\quad g(x)\neq 0$ $\left(f_{o}g(x)\right)'=\left(f\left(g(x)\right)\right)'=f'\left(g(x)\right).g'(x)$
Ολοκληρώματα	$\int dx=x+c$ $\int x^{\alpha}dx=\frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1}+c,\ \alpha\neq -1$ $\int\frac{1}{\sqrt{x}}dx=2\sqrt{x}+c,\ x>0$ $\int\frac{1}{x^{2}}dx=-\frac{1}{x}+c$ $\int e^{x}dx=e^{x}+c$ $\int\alpha^{x}dx=\frac{\alpha^{x}}{\ln\alpha}+c,\ 0<\alpha\neq 1$ $\int\frac{1}{x}dx=\ln\lvert x\rvert+c$ $\int\eta\mu x dx=-\sigma\upsilon\nu x+c$ $\int\sigma\upsilon\nu x dx=\eta\mu x+c$ $\int\frac{1}{\sigma\upsilon\nu^{2}x}dx=\varepsilon\varphi x+c$ $\int f'(g(x)).g'(x)dx=f(g(x))+c$